

### Параллельный перенос, Определение, примеры

Если каждой точке плоскости ставится в соответствие какая-то точка этой же плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой точке, то говорят, что дано **отображение плоскости на себя**.

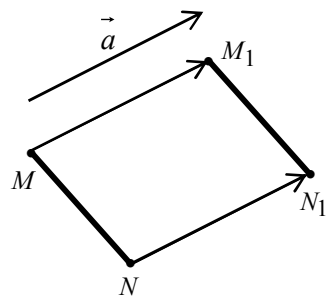
Примером отображения плоскости на себя является параллельный перенос.

Пусть  $\vec{a}$  – данный вектор.

**Параллельным переносом** на вектор  $\vec{a}$  называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка  $M$  отображается в такую точку  $M_1$ , что вектор  $\overrightarrow{MM_1}$  равен вектору  $\vec{a}$ .

Параллельный перенос обладает важным свойством, сформулированным в следующей теореме.

**Теорема.** Параллельный перенос является движением, то есть отображением плоскости на себя, сохраняющим расстояние между точками.



**Дано:**  $\vec{a}$ ,  $M \xrightarrow{\vec{a}} M_1$ ,  $N \xrightarrow{\vec{a}} N_1$ .

**Доказать:**  $MN = M_1N_1$ .

#### Доказательство

Рассмотрим общий случай, когда точки  $M$  и  $N$  не лежат на одной прямой.

По условию теоремы при параллельном переносе на вектор  $\vec{a}$  точки  $M$  и  $N$  отображаются соответственно в точки  $M_1$  и  $N_1$ , при этом  $\overrightarrow{MM_1} = \vec{a}$  и  $\overrightarrow{NN_1} = \vec{a}$ , то есть  $\overrightarrow{MM_1} = \overrightarrow{NN_1}$ . Так как векторы  $\overrightarrow{MM_1}$  и  $\overrightarrow{NN_1}$  равны, то  $MM_1 \parallel NN_1$  и  $MM_1 = NN_1$ .

Рассмотрим четырехугольник  $MM_1N_1N$ , в нем  $MM_1 \parallel NN_1$  и  $MM_1 = NN_1$ , то есть в четырехугольнике две стороны равны и па-

раллельны, поэтому четырехугольник  $MM_1N_1N$  – параллелограмм по признаку параллелограмма.

В параллелограмме противоположные стороны равны, значит,  $MN = M_1N_1$ , следовательно, расстояние между точками  $M$  и  $N$  равно расстоянию между точками  $M_1$  и  $N_1$ .

Таким образом, параллельный перенос сохраняет расстояние между точками, а по определению отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние, называется движением.

**Итак,** параллельный перенос является движением.

**Ч.т.д.**

Наглядно параллельный перенос можно представить себе как сдвиг всей плоскости в направлении данного вектора  $\vec{a}$  на его длину.